Besancon 1958

J Obert

1958

UNIVERSITE de BESANCON
FACULTE des SCIENCES

Doyen honoraire : M. GLANGEAUD

Professeurs honoraires : MM. BAILLAUD, JOANNIS, TOURNEUX, TRILLAT, VINCENSINI.

Maître de conférences honoraire : M. GRANIER.

Doyen :
M. CHATELET, O.A. — Calcul Différentiel et Intégral

Assesseur :
M. MESNAGE, O.I. — Chronométrie

Professeurs :

MM. DREYFUSS,	O.A.	Géologie et Minéralogie
DUFFIEUX,	L.H.-O.I.-M.A.	Physique
JACQUEMAIN,	L.H.-C.G.-O.I.	Chimie Appliquée
JULLIEN,	O.L.H.-C.G.-M.M.-O.I.	Zoologie
PERROT,	O.I.	Chimie Générale
THIRY,	P.A.	Mécanique
TRONCHET,	O.I.	Botanique
THEOBALD,	L.H.-O.A.	Géologie

Professeurs sans chaire :

MM.CROISOT,	P.A.	Mathématiques
QUANTIN,	O.A.	Botanique

Chargé d'Enseignement :

M. DELHAYE — Astronomie

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

Maître de conférences :

MM.BERNARD		Chimie-Physique
CAIRE		Géologie
CHALEAT		Chronométrie
DU MARACHE		Physique
PHAM-MAU-QUAN		Mathématiques
RIPPLINGER		Zoologie
SUHNER	O.L.	Physique
UEBERSFELD		Physique

Secrétaire :

M. ROUQUAIROL

N° d'ordre : 3

T H E S E

présentée

à la FACULTE des SCIENCES de l'UNIVERSITE de BESANCON

pour obtenir

le grade de DOCTEUR DE 3e CYCLE - Spécialité METROLOGIE

par

Jacques OBERT

Assistant de Physique

THESE

"<u>FABRICATION DES REGLES - LECTURE DES REGLES EN STRIOSCOPIE</u>"

-:-

Soutenue le 8 Novembre 1958
devant la Commission d'Examen :

MM.	DUFFIEUX	Président
	MESNAGE THIRY	Examinateurs

FABRICATION DES REGLES -

LECTURE DES REGLES EN STRIOSCOPIE

Au début de ce travail, je tiens à remercier M. DUFFIEUX qui m'a guidé par ses conseils et qui m'a fait profiter de son expérience personnelle autant dans la partie théorique que dans la réalisation pratique. Je n'oublierai pas les personnes du Laboratoire de Physique qui m'ont aidé dans la partie expérimentale.

On demande des instruments de mesure et en particulier de ceux de mesure des longueurs comme les règles, une précision toujours de plus en plus grande. Celle-ci dépend de l'opérateur, des moyens mis à sa disposition et de la graduation même de l'appareil. Les dispositifs classiques de l'opérateur sont la loupe pour un faible grossissement, le microscope muni d'un réticule pour un grossissement plus fort.

La plupart des graduations des instruments de précision sont faites dans une matière peu altérable : l'instrument doit être surtout fidèle. Ceci nécessite l'emploi d'une matière d'une grande rigidité comme l'acier inoxydable... Il doit être aussi juste : la machine à tracer et l'outillage utilisés doivent être précis et fidèles.

Pourtant en regardant la graduation d'une règle, même de précision, sous un grossissement assez faible on voit apparaitre les défauts des traits : différence de largeur pour un trait donné, bords craquelés. Or mesurer une longueur, c'est comparer la grandeur à mesurer à la graduation de l'instrument de mesure. Les points de repère pour l'opérateur sont : les bords ou le milieu des traits. Ces répères sont d'autant plus mal définis que le grossissement est plus important.

J'ai ainsi cherché l'influence de ces irrégularités sur la précision de mesure. J'avais une règle, tracée sur acier inoxydable à l'école professionnelle de Morez à l'aide d'une machine à tracer automatique suisse. Avec une machine à mesurer de A. Jobin et Yvon d'une précision de 2μ, j'ai fait deux séries de mesures sur un même échantillon comme indique la figure 1. L'outil utilisé était une molette, la période de la graduation

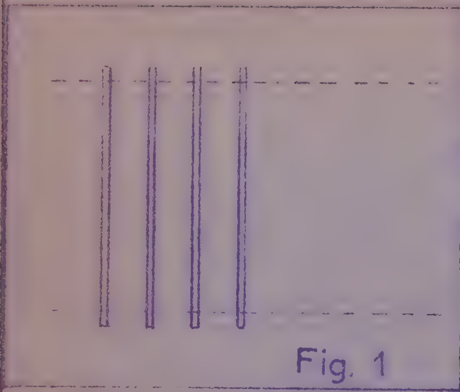

Fig. 1

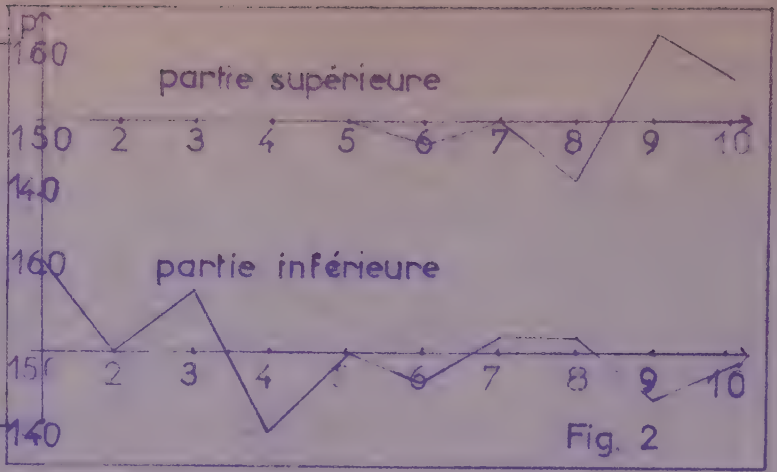

Fig. 2

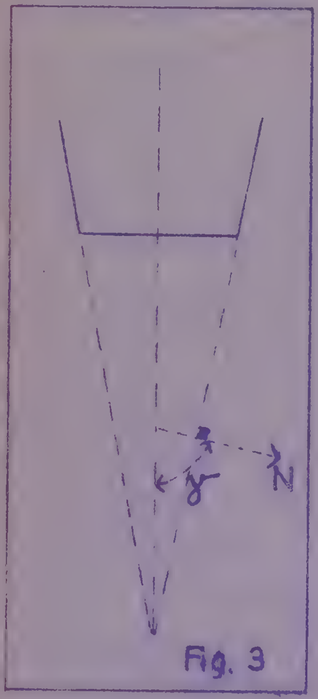

Fig. 3

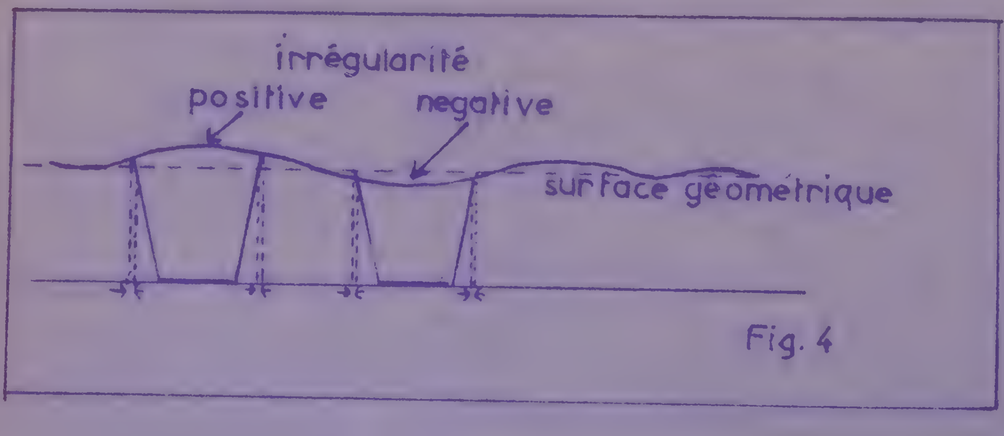

Fig. 4

de 0,15 mm. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

a) <u>Partie supérieure</u> :

Epaisseur des traits :

40	34	36	36	34	36	28	42	42	32

Espace entre deux traits :

110	116	114	114	114	114	114	120	114

Période :

150	150	150	150	148	150	142	162	156

b) <u>Partie inférieure</u> :

Epaisseur des traits :

46	38	34	28	38	30	40	38	36	34

Espace entre deux traits :

118	112	124	112	112	116	112	111	108
164	150	158	140	150	146	152	152	144

La longueur totale mesurée dans les deux cas est de : 1390 μ
La longueur totale calculée en faisant la somme des diverses grandeurs mesurées est dans les deux cas : 1390 μ
L'erreur relative $\Delta 1/1 \approx 1/100$.
Le grossissement du microscope muni d'un réticule en est environ 40.

On voit que l'épaisseur moyenne des traits est dans les deux cas 36μ. L'espace entre deux traits de 114μ et la période moyenne de 150μ.

Traçons les courbes en portant en abscisse le nombre de traits et en ordonnée la période. On voit que la période oscille autour d'une valeur commune aux deux courbes, qui est de 150μ, période donnée par la machine à tracer. La première courbe présente un accident entre le septième et le huitième trait, la deuxième courbe entre le premier et le quatrième trait. L'allure des deux courbes est indépendante, seule la valeur moyenne est identique. En tenant compte des erreurs de mesure (2μ) on peut en conclure que ces défauts dépendent moins de la précision de la machine à tracer, que de l'outil employé et de l'état de la surface de la règle.

L'outil utilisé est une molette qui a un profil trapézoidal (Fig.3). L'angle d'arête d'obliquité de profil γ est très grand ; son angle complémentaire ($\pi - \gamma$) qui donne la pente d'attaque de l'outil, est très petit. Cet angle est trop petit pour assurer un dégagement du copeau sans frottements sur les bords. En plus l'acier inoxydable étant dur, le copeau est craquelé. L'outil dégage ce copeau craquelé et ce dernier arrache à son tour des particules aux bords des traits. D'autre part, par photographie on met en évidence des petits morceaux métalliques au fond des traits. Ce sont certainement des arêtes rapportées. Elles sont dues au frottement excessif du copeau sur l'outil.

Les irrégularités des bords ont une autre cause non négligeable : la surface de la règle n'est pas polie. En général on se contente de rectifier la surface de telle sorte que les irrégularités de la surface soient perpendiculaires aux traits, c'est-à-dire suivant la longueur de la règle. Or il est facile de voir, qu'une irrégularité de la surface entraîne une variation de la largeur du trait. En effet l'outil ne suit pas la surface,

mais il est fixé pour une profondeur moyenne bien déterminée par la machine à tracer même. Une irrégularité positive (Fig.4) par rapport à ce plan géométrique moyen entraîne un élargissement du trait, une irrégularité négative un amincissement.

CONCLUSION

Pour augmenter la précision de mesure d'une règle, il faut accroître la netteté des traits. Il faut donc d'une part améliorer l'outil et d'autre part il faut avant même le tracer de la règle, que la surface utile de celle-ci soit aussi parfaite que possible. Ceci sera le but de la première partie du présent travail. En rectifiant optiquement la surface utile, on peut considérer la règle comme un réseau par réflexion. On pourrait donc utiliser une méthode strioscopique pour sa lecture. Ce sera l'objet de la deuxième partie du travail.

REMARQUE

Nous avons appliqué la lecture par strioscopie également dans le cas de règles transparentes, en utilisant des règles gravées sur verre et surtout des trames d'origines diverses. Ces dernières ont déjà fait l'objet d'études dans notre Laboratoire.(*) Pour cette raison je supprime dans le présent exposé l'étude des réseaux par transparence.

Notons toutefois que l'emploi des règles par transparence procure quelques avantages non négligeables ;

- Le montage est plus facile à réaliser et à règler,
- L'image de la règle, donnée par le système optique est beaucoup plus lumineuse,
- De plus, la précision de pointer est aussi bonne, sinon meilleure.

A) L'ETUDE DE L'OUTIL

1) La matière première de l'outil.

Les matières premières utilisées dans l'industrie sont :
La céramique, la stellite, les aciers rapides, le diamant et les carbures frittés.
On peut peut-être bientôt ajouter le Borazon ; ce dernier est un nitrure de bor (B N) de même constitution que le diamant(*).

Remarque: On connaît différentes nuances dans les diverses matières utilisées; leur choix est souvent difficile à faire. Les nuances possèdent certaines qualités et donnent la qualité essentielle de l'outil.

Nous allons examiner rapidement les caractéristiques essentielles de ces matières premières.

a) céramique: c'est un aggloméré d'alumine appelé thermocorindon. Le B S A Sintox est composé d'alumine ($Al_2 O_3$) aggloméré à laquelle on ajoute une faible quantité de $Cr_2 O_3$. Ces outils sont très durs (la dureté est D=8 dans l'échelle de Mohr) mais très fragiles. Ils sont indiqués pour le travail de matières plastiques, de l'aluminium...

b) la stellite: La composition typique de la stellite est à peu près la suivante :

Fe 16% W 16% Co 47% Cr 29%
C 2% Si 0,2% Mn 0,6%

Les pourcentages varient entre certaines

(*) Nature 1957 DUNOD.

limites et déterminent certaines nuances donnant à l'outil ces propriétés. Les carbures frittés, plus durs, ont presque fait disparaître l'outil en stellite.

c) aciers rapides: On distingue :

aciers rapides ord. au W
aciers rapides ord. au Mo } propriétés: abrasion et choc

aciers rapides au Co W
aciers rapides au Co Mo } propriétés: choc abrasion

Les qualités de base des aciers rapides peuvent être résumées dans le tableau suivant :

première qualité	deuxième qualité	A.R.ordinaire	A.R. au Co (*)
Dureté à froid	-- --	T-3;T-18A;M-4 M-8	T-15;M-6; M-40
"	Assez bonne ténacité	T-2;M-3;M-10	T-5;M-11;M-20 M-30;M-36
"	Assez bonne dureté à chaud	T-2;M-2;	T-5;T-15;M-6 M-11;M-30

d) Le diamant : c'est la matière première la plus dure, mais aussi la plus fragile. Le diamant est utilisé pour la fabrication d'outils qui ne sont pas soumis à des chocs sensibles. Mais il présente un défaut non négligeable ; il est anisotrope. Il cristallise dans un système cubique : octaédre ou d'autres formes dérivées. Les plans de clivages parfait sont parallèles aux plans a^1 la dureté maximum est dans ce plan (D=10). Dans le plan p la dureté est inférieure et minimum dans un plan parallèle à a^1. De ce fait, l'usure du diamant est dissymétrique. Il faut déjà tailler spécialement un diamant pour avoir un outil symétrique.

(*) St. Clair, Etude et emploi de l'outil de coupe.

e) Les carbures frittés : ---Le procédé de la fabrication est caractérisé par le fait qu'on ajoute aux carbures métalliques un métal auxiliaire servant de liant ou de "ciment". Dans cette fabrication seul le liant métallique est amené au point de fusion.

Cependant le prix des carbures métalliques est très élevé par rapport aux prix des autres matières premières et les formes des outils doivent être spécialement étudiées, vu leur grande fragilité. Mais les qualités compensent largement ces inconvénients. La dureté exceptionnelle (D = 8,5 à 9,7) permet un travail continu. La résistance à l'usure ou à l'abrasion permet l'usinage des matériaux à une forte action abrasive. D'autre part l'écoulement du copeau se fait dans des conditions favorables; ceci entraine une qualité de surface très élevée et une coupe particulièrement lisse. De plus, contrairement au diamant, ce sont des corps isotropes. Le tableau suivant donne les qualités de base des carbures métalliques en tenant compte de leur nuances :

Carbures métalliques sans Ti-C

Nuance	dureté à froid	ténacité	teneur en Co
G 4	↓	↓	20%
G 3	augmente dans	diminue	15%
G 2	le sens de la	dans le	11%
G 1	flèche	sens de la	1%
H 1		flèche	1 %
H 2	↓	↓	7% + TaC + VC

Carbures métalliques avec Ti-C

Nuance	dureté à froid	Ténacité	teneur en Co	teneur en TiC
S-3	↑	↑	de 7%	5%
S-2	augmente dans le	diminue		14%
S-1	sens de la	dans le	à	16%
F-1	flèche	sens de la	5%	15%
F-2	↓	flèche ↓		25%

Remarque' Les carbures métalliques ne contenant pas de Ti-C ont un intérêt particulier. Des photographies montrent une relation entre les propriétés mécaniques et la structure. On a observé que l'affinement de la structure a pour effet une augmentation de la résistance à l'usure et une diminution de la ténacité(*).

2) Choix de la matière première.

Le choix de la matière première doit se faire en tenant compte des qualités essentielles que devra présenter l'outil. En général les qualités de base d'un outil sont :

1) Dureté à froid (ou résistance à l'usure à froid)
2) Dureté à chaud (ou résistance à l'usure à chaud)
3) Ténacité (ou résistance au choc).

Remarque: Un outil peut avoir une ou deux de ses propriétés mais ne possède jamais les trois à la fois.

La classification des outils de coupe peut être résumé ainsi :

CLassification	dureté à froid	dureté à chaud	ténacité
1	diamant	diamant	acier au C
2	carbures	carbures	acier rapide ord.
3	céramique	céramique	acier rapide au Co
4	acier rap. Co	acier rap.Co	céramique
5	acier rapi ord.	acier rap.ord.	carbures
6	acier au C	acier au C	diamant

(*) Witthoff, l'outil de coupe en courbures métalliques.

C'est une classification valable pour tous les outils. En particulier, l'outil à tracer est symétrique par rapport à un plan, dont la projection dans le plan de la règle est la droite de symétrie des traits. Toute matière première, si dure qu'elle soit, s'use en travaillant. Pour garder sa symétrie, il faut donc que la matière première de l'outil à tracer soit isotrope. Le diamant étant un corps anisotrope son utilisation est à rejeter. Pour ma part, j'ai employé un carbure métallique sans Ti-C.

3) Formation du copeau

L'étude rationnelle de l'outil n'est possible qu'en tenant compte du mécanisme de formation du copeau. En effet, la connaissance de sa formation permet de connaître dans une certaine mesure l'état de la pièce travaillée.

Les facteurs qui ont une influence sur la formation sont de nature différentes. Ils dépendent des propriétés mécaniques de la matière à travailler, comme résistance à la rupture, cicaillement... Remarquons que ses propriétés varient souvent d'un point à l'autre sur un même échantillon.La matière première de l'outil et sa constitution géométrique ont une très grande influence. L'expérience montre que l'outil en carbure métallique donne un copeau plus lisse que l'outil en acier rapide, du fait que le coefficient de frottement du copeau sur la face de l'outil en carbure est beaucoup moins important que sur un outil en acier rapide. Une grande résistance à l'écoulement favorise la formation d'arêtes rapportées. Les mesures ont montré que l'épaisseur du copeau est plus grande que la profondeur de métal enlevée; l'écoulement du métal doit donc être assuré par l'outil même, qui doit l'éloigner rapidement du métal pour éviter le contact dangereux entre le copeau et la surface de la règle.

Voici les résultats des diverses recherches :

Le copeau est formé par arrachement, cicaillement et écoulement. Dans la plupart des cas on aura une combinaison de ces trois effets.

On a classé les copeaux en trois catégories :

a) Copeaux continus avec bords réguliers.

Pour cela il faut que la matière première de la règle soit ductile et que l'outil travaille en faible profondeur, c'est-à-dire pour des traits peu profonds. Les deux arêtes de coupe doivent être vives et bien polies; il faut que l'outil soit fabriqué en un métal à faible coefficient de frottement comme le diamant ou les carbures métalliques.

b) Copeaux continus à bords fragmentés.

On aura des bords fragmentés si on exagère la profondeur des traits même dans une matière ductile, ou si l'arête de coupe n'est pas assez polie ou déjà émoussée.

c) Copeau discontinus.

On aura de tels copeaux si on exagère la profondeur des traits et si on travaille un métal trop dur.

Conclusion:

L'étude de la formation du copeau montre d'une part l'importance de la géométrie de l'outil et d'autre part celle de la matière première utilisée pour la fabrication des règles.

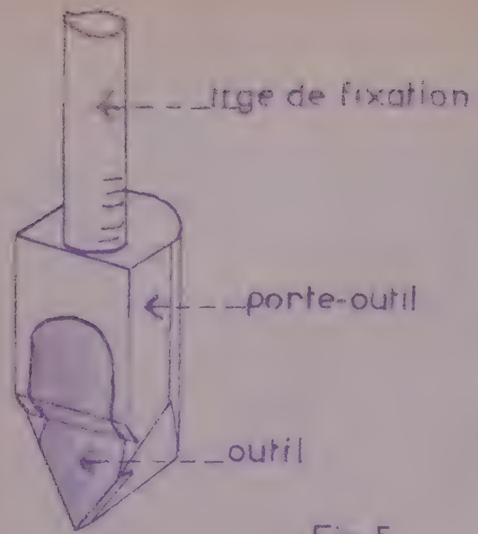

Fig. 5

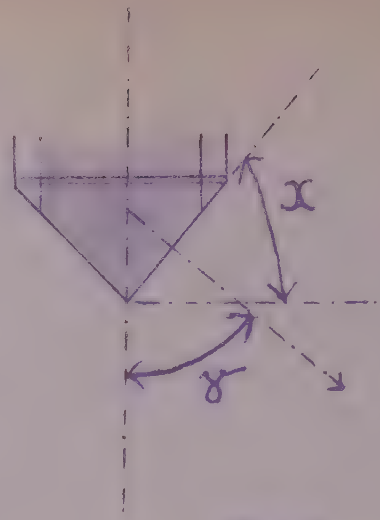

Fig. 6

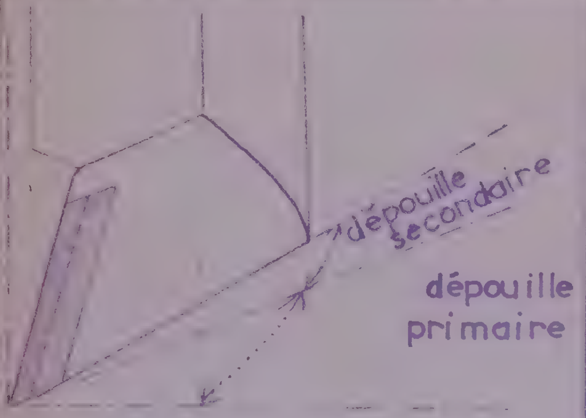

Fig. 7

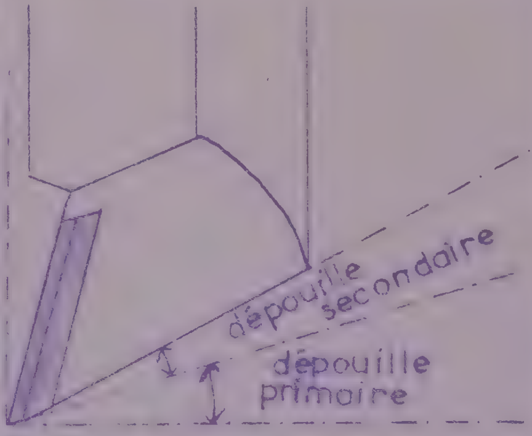

Fig. 8

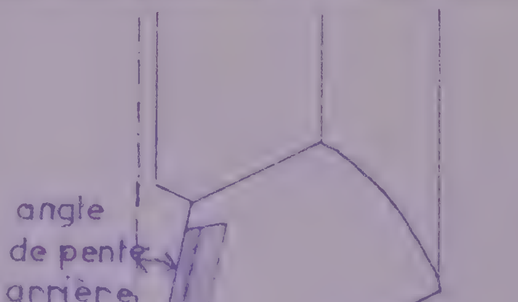

Fig. 9

4) Géométrie de l'outil

a) Position de l'outil par rapport aux traits et par rapport à la machine à tracer.

Les traits d'une règle sont nécessairement symétriques par rapport à un plan perpendiculaire à la surface. L'outil doit donc être également symétrique et son plan de symétrie sera par conséquent confondu avec celui des traits. Les forces agissant sur l'outil au cours du travail doivent être réparties symétriquement par rapport à ce plan. Il est donc avantageux de construire un porte-outil ayant également le même plan de symétrie pour éviter des forces de torsion, qui pourraient introduire des vibrations parasites. Le mouvement de l'ensemble outil porte-outil sera donc suivant ce plan de symétrie. La figure (5) ci-contre représente schématiquement la réalisation pratique de l'ensemble. L'outil en carbure est brasé sur le porte-outil.

b) Angles de l'outil

Le choix des divers angles est uniquement une question d'expérience. Ils dépendent de la résistance de la matière utilisée pour la règle et de la résistance de la matière constituant l'outil.

1) Angle d'arête d'obliquité de profil (γ).

L'outil étant symétrique par rapport au plan XX', les deux angles d'arêtes d'obliquité γ de profil sont égaux. Dans la norme allemande, le profil est déterminé par l'angle d'attaque (χ) ; la figure (6) montre que seule la manière de mesure est différente. En effet, c'est l'angle sous lequel l'outil attaque le métal.

L'angle d'obliquité de profil est très important du fait qu'il procure nombreux avantages. Il répartit favorablement les efforts de coupe et il augmente l'angle du "finiching point",

En effet, le premier contact de l'outil avec le métal se fait par la pointe, la partie la plus fragile de l'outil. Si l'angle de profil est très grand, c'est-à-dire si l'outil a un profil pointu, la pointe n'est pas assez soutenue dans son effort; elle commence rapidement à s'effriter et le risque de casser est très grand. Pour un angle ($\hat{\gamma}$) petit, l'arête de coupe soutient la pointe. L'angle ($\hat{\gamma}$) doit être d'autant plus petit que la matière première de l'outil est plus fragile et le métal à travailler plus dur. D'autre part, le dégagement du copeau se fait plus facilement pour un angle ($\hat{\gamma}$) petit.

Conclusion

Les règles de précision sont généralement en acier inoxydable, qui est dur. L'outil même est en carbure métallique donc assez fragile. On a donc intérêt de choisir un angle ($\hat{\gamma}$) petit. On a réalisé deux outils en carbures d'angles $\hat{\gamma} = 54°$ et $\hat{\gamma} = 48°$. Mais je crois qu'il est préférable de choisir l'angle inférieure à 30°. L'expérience montre que les bords des traits sont d'autant plus nets, que ($\hat{\gamma}$) est plus petit.

2) Angle de dépouille latéral (Fig.7).

Pour que l'outil travaille sans interférence et sans frottements excessifs, il faut que l'arête de coupe soit affûtée avec une certaine dépouille. Elle permet à la pointe et à l'arête de pénétrer dans le métal.

Si l'angle de dépouille est trop petit, la pointe et puis l'arête ne peuvent pas convenablement entamer la pièce. Par le frottement excessif l'outil s'effrite rapidement, l'arête de coupe devient dissymétrique. Il devient inutilisable.

Si l'angle de dépouille est grand, c'est la partie de l'outil, située en-dessous de l'arête de coupe qui reçoit toute

la pression et qui soutient l'arête de coupe. Si cet angle est trop grand, cette partie est trop faible pour soutenir une telle pression. L'outil se casse ou s'émousse très rapidement. Il devient dissymétrique et inutilisable.

Angles de dépouille latérale à choisir :

Si la résistance du métal à travailler est très grande, l'effort de coupe sera très grand; il en résulte que la pression de coupe à supporter par l'arête sera grande. L'arête de coupe doit être soutenue; il faut donc choisir un angle assez petit. On admet généralement que l'enlèvement du copeau se fait par cisaillement du métal. Puisque la dureté du métal est en relation avec le cisaillement, le raisonnement précédent est vérifié.

La nature de l'outil est de même importante dans la détermination de l'angle. La résistance à l'usure d'un outil en carbure fritté est supérieure à celle d'un acier rapide. L'angle de dépouille d'un outil en carbure sera donc inférieure à celui d'un outil en acier rapide.

L'angle choisi pour les deux outils réalisés est de 12°. On pourrait prendre avantageusement un angle entre 5° et 7°.

Le plus souvent on ajoute encore une dépouille secondaire de 3° à 5° environ, pour permettre un réaffûtage plus rapide. La photographie montre la première dépouille, qui a de 1 mm. de largeur environ, la dépouille secondaire est celle du porte-outil.

3) Angle de coupe frontal (Fig.8).

L'arête de coupe frontale est formée par l'intersection des deux faces en dépouilles latérales. On aura donc également une dépouille primaire et secondaire.

L'angle évite un frottement excessif de l'arête de coupe frontale sur la règle. Ce n'est qu'une faible partie de cet arête, située au voisinage du nez qui pénètre dans le métal. D'un frottement d'une partie plus importante sur la pièce résulteraient des vibrations et du broutement. La fonction principale de cet angle est de supprimer en partie les vibrations et le broutement.

Si l'angle est trop petit, les frottements sur l'outil créent des vibrations et un broutement.

Si l'angle est trop grand, l'angle de bec sera trop petit. La partie la plus fragile, n'est pas assez soutenue, casse par suite de la pression ou commence très rapidement à s'effriter.

Ici on distingue un angle de dépouille affûté et un angle de dépouille effectif, qui dépend de la position de l'outil par rapport à la règle. L'angle affûté de mes deux outils est de 12°, l'angle effectif variait entre 3° et 12°. L'expérience a montré que les traits sont d'autant plus réguliers que cet angle est plus petit.

4) Angle de pente arrière.

La valeur de cet angle de pente doit être déterminée en fonction des résultats que l'on désire obtenir :

a) contrôler l'écoulement du copeau
b) protéger le "finishing point" de l'outil.

Ici on distingue un angle de pente affûté et un angle effectif suivant la position de l'outil par rapport à la règle.

L'angle affûté choisi pour les deux outils est de 10° et l'angle effectif variait de 15° à 20°.

B) L'ETUDE DE LA SURFACE DE LA REGLE.

La fabrication des règles de grande précision nécessite une matière première particulièrement inaltérable : sa fidèlité est un caractère essentiel. On utilise souvent de l'acier inoxydable qui a l'avantage d'être à la fois dur et non altérable à l'air. On emploie aussi d'autres alliages, mais tous sont très durs à travailler.

Au début on avait trouvé que la surface utile de la règle doit être bien polie, pour éviter des irrégularités des traits. Si on veut faire sa lecture par strioscopie, il faut même rectifier cette surface optiquement. En effet en strioscopie on travaille en lumière cohérente. Une surface mal polie rendrait la lumière incohérente. D'où la nécessité d'un poli optique. Mais le polissage altère considérablement les propriétés physiques et chimiques de la surface. Pour voir l'importance de ses altérations, faisons rapidement une étude de l'état des surfaces après polissage mécanique et électrolytique.

Structure des surfaces métalliques après polissage mécanique.

Les premières expériences pour déterminer l'état d'une surface métallique après polissage mécanique ont été faites par B e i l b y en Angleterre (1921). Des résultats de ses expériences il concluait que la couche superficielle du poli se compose du métal à l'état amorphe. D'après lui, le polissage transforme donc le métal de l'état cristallin en état amorphe. Il avait à sa disposition un microscope ordinaire pour ses observations. Voici une de ses expériences: Il observait la disparition d'un trait sur la surface au cour du polissage. Après avoir obtenu un poli très fin, il traitait la surface légèrement avec un acide en observant sous le microscope. Le trait se montrait très rapidement. Il expliquait ce fait de la façon suivante : En polissant le trait se couvre en quelque sorte d'une couche métallique à l'état amorphe. Cette hypothèse ne pouvait pas être démontrée.

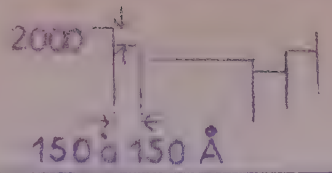

Fig.10

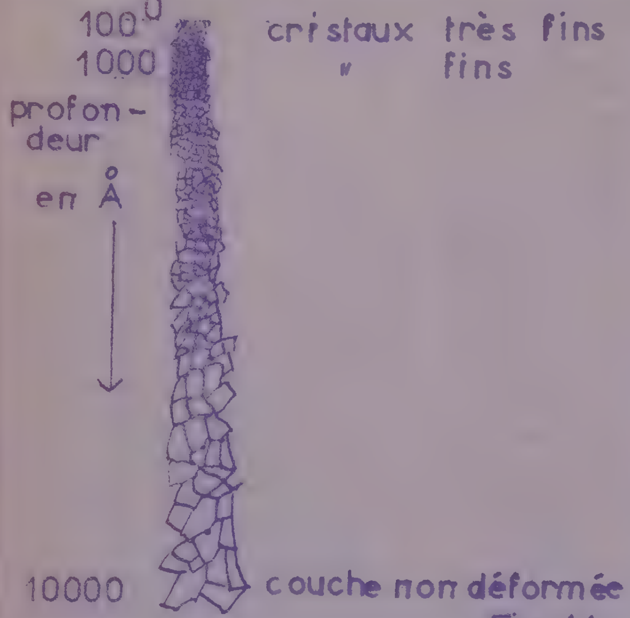

Fig. 11

Fig. 12

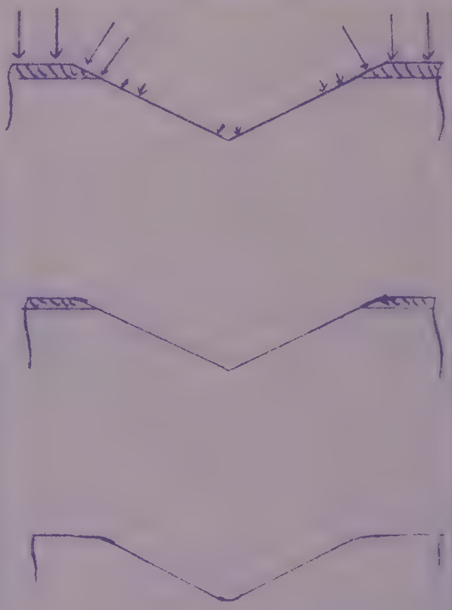

Fig 13

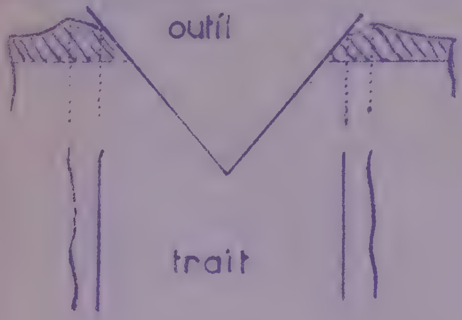

Fig 14

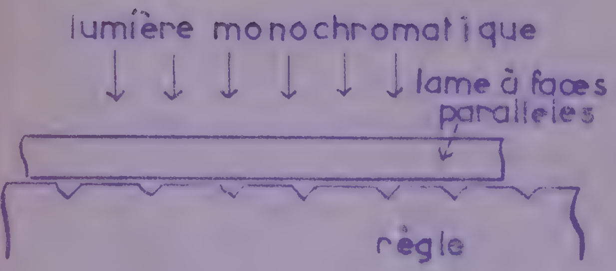

Fig.14'

On essayait les rayons X. Mais ils sont trop pénétrants, l'effet du poli n'affecte qu'une faible profondeur. Seul le microscope électronique nous a fourni des renseignements satisfaisants. Elles ont montré que l'hypothèse de Beilby est fausse et ont montré que la couche superficielle se compose effectivement d'une couche métallique de cristaux très fins.

Heidenreich et Shockley (Bristol 1947) ont suivi les déformations d'une barre d'aluminium pendant un polissage mécanique en étudiant les images données par le microscope électronique. Pour un métal pur, la limite d'élasticité est assez basse; dès qu'on dépasse cette limite, il devient plastique. On suppose qu'après les premiers signes de déformation plastique (compression, dilatation et rotation) se forment des rubans de glissement (Fig.10). Ces rubans possèdent certaines directions, déterminées surtout par le système cristallin du métal et par la méthode de polissage. Les deux auteurs observaient, dans le cas de l'aluminium, un glissement facile suivant le plan |110| du cristal De même, ils trouvaient que ses rubans glissants se composent de plusieurs couches d'épaisseur 200 Å . La hauteur d'une de ses couches peut atteindre environ 2000 Å . Le nombre de ces rubans et de ces couches dépend de la force de déformation. Une couche d'épaisseur de 150 à 200 Å renferme donc la plus petite quantité de cristaux non déformés. D'autre part, ces glissements sont accompagnés de rotation autour d'une perpendiculaire au plan des couches et autour d'un axe contenant ces couches de glissement. L'intérêt principal est de connaître le degré de destruction du système cristallin en profondeur. La figure 11 donne un schéma indiquant les déformations en profondeur du Cu poli. On a ainsi constaté que l'effet de polissage mécanique se manifeste jusqu'à une profondeur qui varie de 3 μ à 10 μ suivant la dureté du métal.

Pendant le polissage, les surfaces se couvrent d'une couche d'oxyde métallique, dont la profondeur dépend de l'affinité

du métal pour l'oxygène.

On a constaté que l'effet du poli disparaît avec le temps. Ceci est peut être dû à un excès d'énergie potentielle libérée par le polissage; c'est un état instable. En se regroupant en gros cristaux, ces forces libres disparaissent ; le système tend vers son état d'équilibre et le poli disparaît. La vitesse de recristallisation dépend de la température et de la présence d'impuretés; la chaleur favorise la recristallisation, les impuretés l'empêchent. Souvent la couche superficielle contient assez d'impuretés pour empêcher le regroupement en gros cristaux.

REMARQUE :

Pour les corps non cristallins (verres, matières plastiques) les modifications en profondeur sont analogues; seule la couche superficielle est moins fine. La déformation plastique étant très faible, les frottements mécaniques conduisent à l'enlèvement de particules du corps. Ces forces mécaniques donnent directement la dureté du corps.

<u>CONCLUSION</u> :

Deux points sont à retenir :

a) L'oxydation de la surface.

La surface polie mécaniquement est plus ou moins oxydée jusqu'à une certaine profondeur variable suivant l'affinité du métal ou de l'alliage pour l'oxygène. Mais une oxydation même très faible change considérablement les propriétés mécanique : le métal devient moins résistant et surtout plus friable. Il faut donc d'une part choisir un alliage difficilement oxydable, d'autre part éviter dans la mesure du possible une oxydation pendant l'opération de polissage.

b) Le durcissement de la surface par polissage.

En effet à un affinement cristallin correspond un durcissement du métal; il devient donc plus cassant. Il en résulte que la formation d'un copeau devient impossible.

Nous avons procédé dans notre Laboratoire de Physique à une série d'expériences pour tenter de remédier à cet inconvénient.

<u>Principe de ces essais</u>.

Après polissage, on dépose un métal ductile sur la partie utile de la surface à tracer. On sait que ce métal donne un copeau continu, donc des traits à bords réguliers. Si le dépît métallique adhère fortement à la surface de la règle, il y a grande chance pour que l'outil détache un copeau régulier, celui-ci étant formé à la fois par le dépôt et par le support. En effet, de cette façon là, on peut espérer protéger les bords des traits. Notons que la fragilité des bords est d'autant plus grande que l'angle γ est plus grand. (Fig.12)

Nous avons constaté que le dépôt devait présenter certaines propriétés :

-- <u>Il doit être de bonne adhérence</u> : il ne doit pas s'écailler au passage de l'outil, ni aux bords ni en copeau.

-- <u>Il doit être de dureté convenable</u> : si le métal déposé est trop mou, le dépôt se déchire au passage de l'outil, s'il est trop dur, il s'écaille au passage de l'outil comme le métal de la règle.

-- <u>Il doit être facile à enlever</u> après le tracé des traits. Il faut pour cela trouver un moyen qui permette de l'enlever sans altérer le poli et les bords des traits.

-- <u>Il doit être uniforme</u> : d'égale épaisseur et ne pas présenter de différence locales de ses propriétés mécaniques.

Il y a deux méthodes pour déposer un métal : par électrolyse et par évaporation sous vide.

Dépôt par électrolyse.

Les expériences de l'électrolyse dans notre laboratoire ont été fait par M. Théobald. Il a utilisé du cuivre et de l'argent.

Résultats :

Le cuivre ne convient pas. Il donne un dépôt adhérent mais cassant. Notons que l'électrolyse du cuivre est très délicate, les bains sont sensibles et il faut une installation parfaite pour réussir un dépôt acceptable. D'autre part après tracé des traits, il faut enlever le dépôt. Pour cela M. Théobald a fait une électrolyse, en utilisant la règle comme anode sous faible tension (3 Volts). Cette méthode présente des graves inconvénients. Les bords des traits tendent à s'arrondir. Il y a naturellement attaque simultanée du métal de la règle et du dépôt. Sur la Fig. 13 , la longueur des flèches est proportionnelle à la vitesse de passage des deux métaux en solution.

Les expériences avec l'argent ont données des meilleurs résultats. L'électrolyse de l'argent est moins délicat et il est relativement facile de contrôler les opérations. Avec un équipement convenable, on peut certainement obtenir le dépôt que l'on désire. Pour enlever l'argent après le tracé des traits, on peut utiliser du mercure, qui a l'avantage de n'altérer ni le poli, ni les traits.

Dépôt par évaporation dans le vide.

Il a été exécuté par les Laboratoires M.T.O. à Paris. Sur deux éprouvettes d'acier inoxydables rectifiées et polies optiquement un dépôt d'argent a été fait, sur l'une le dépôt était l'argent pur, sur l'autre il était formé d'argent traité.

Résultats :

Dans les deux cas le dépôt est très homogène et brillant. Cependant on constate que le dépôt, surtout celui d'argent traité, s'écaille un peut au passage de l'outil. Après le tracé des traits, j'ai fait la constatation suivante : Une poussée légère dans le sens des flèches correspond à un faible relèvement de la surface (Fig.14). Ceci correspond probablement à un déplacement du dépôt. Lorsque le dépôt est enlevé, ce relèvement disparaît, comme montrent les franges d'interférences qui apparaissent lorsqu'on forme un coin d'air en posant une lame à faces parallèles sur la règle (Fig.14'). Les franges restent rectilignes.

Polissage par électrolyse.

Pour que le polissage par électrolyse soit efficace, il faut au préalable préparer la surface par un polissage mécanique assez fin. Sans cette précaution en effet on obtiendrait une surface fortement ondulée. La règle sert d'anode, son métal passe en solution. Le courant étant maximum sur les points en saillie, ceux-ci disparaissent plus vite. L'action du courant se traduit par un véritable rabotage du relief. Notons que le polissage électrolytique est très pratiqué. Le polissage mécanique "fatique" la surface en ce sens qu'elle n'est pas apte à recevoir des dépôts adhérents, soit par électrolyse, soit par évaporation sous vide. Toute surface rectifiée et polie mécaniquement doit être préparée spécialement en vue de l'électrolyse.

La préparation de la surface d'une règle peut se faire avantageusement de la façon suivante :

Rectification de la surface, polissage mécanique préalable assez fin en vue d'un poli optique, finition du polissage par électrolyse, enfin dépôt de protection par électrolyse pour le tracé des traits.

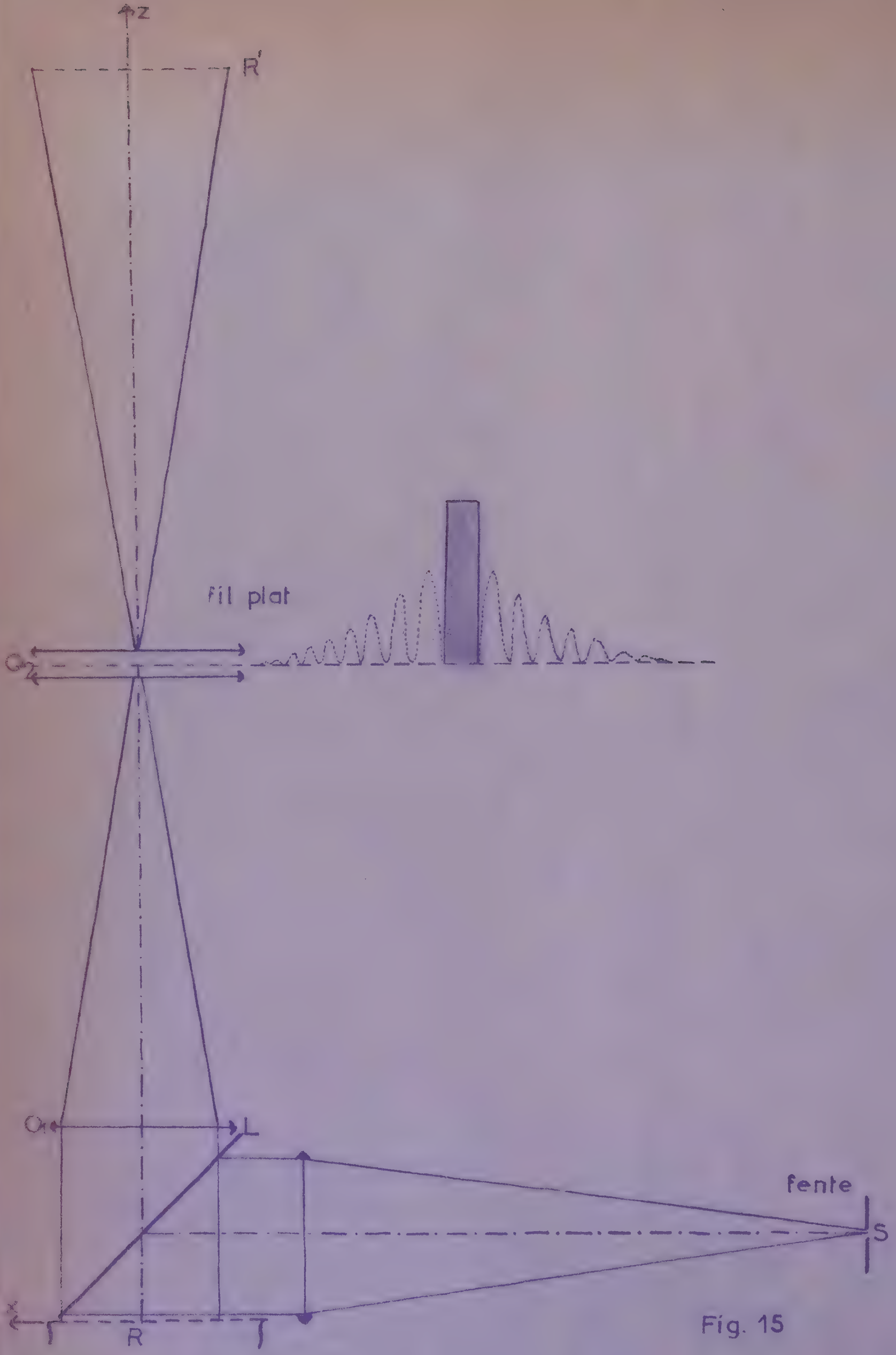

Fig. 15

LECTURE D'UNE REGLE EN STRIOSCOPIE

Généralités

Soit R une règle tracé sur métal (Fig.15), dont la surface utile a été polie optiquement, de sorte qu'on puisse la considérer comme un réseau ordinaire. La source lumineuse S est supposée à l'infini. C'est une fente fine placée au foyer d'un objectif. L'axe de cet objectif est parallèle au plan de la règle, la fente est parallèle aux traits de la règle. Une lame semi-transparente L, supposée plan-parallèle est inclinée à 45° sur l'axe de l'objectif (du collimateur). La lumière incidente tombe ainsi perpendiculairement sur la surface de la règle. L'objectif O_1, supposé parfait, est placé tout près de la lame semi-transparente et à même axe optique que le collimateur; il donne de la source S à l'infini, une image S' dans son plan focal image. Un deuxième objectif O_2 supposé parfait et dont le centre optique est placé au voisinage du point focal image de O_1, donne de la règle R une image réelle R'.

Supposons que la règle soit éclairée en lumière cohérente. Pour cela il faut que le diamètre apparent θ de la source soit de beaucoup inférieure à la tâche centrale de diffraction, donnée par l'objectif O_1, c'est-à-dire, il faut que :

$$\theta \ll \frac{2 \times 1,22 \lambda}{D}$$

En pratique il suffit que :

$$\theta < \frac{2 \times 1,22 \lambda}{5 \times D}$$

Dans ce cas, la lumière diffractée par la règle, donne dans le plan focal de O_1 une figure de diffraction, qui caractérise

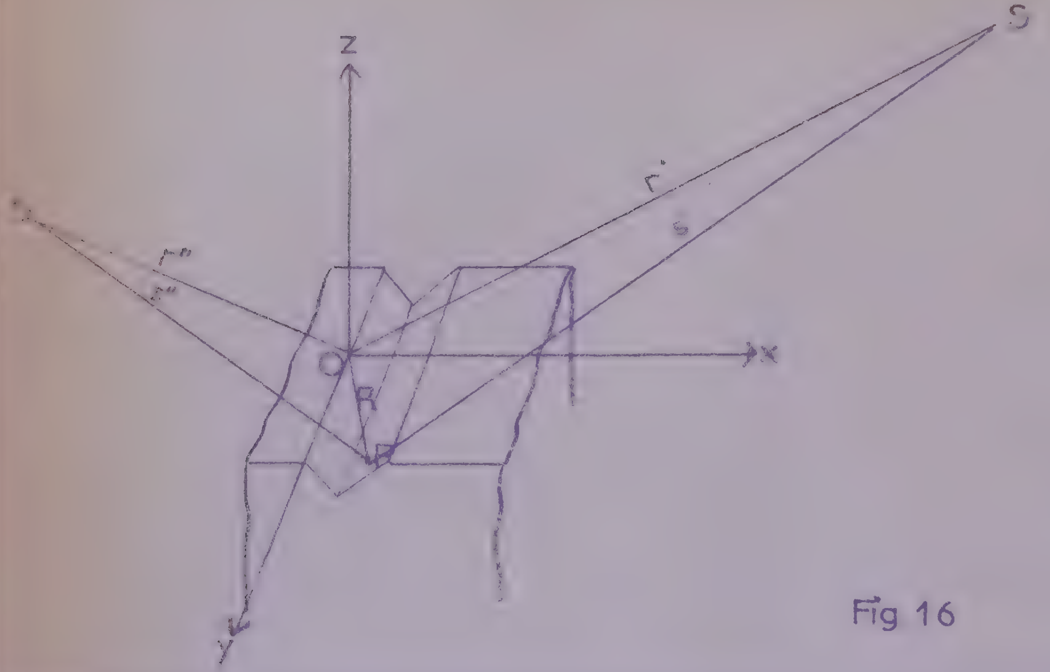

Fig 16

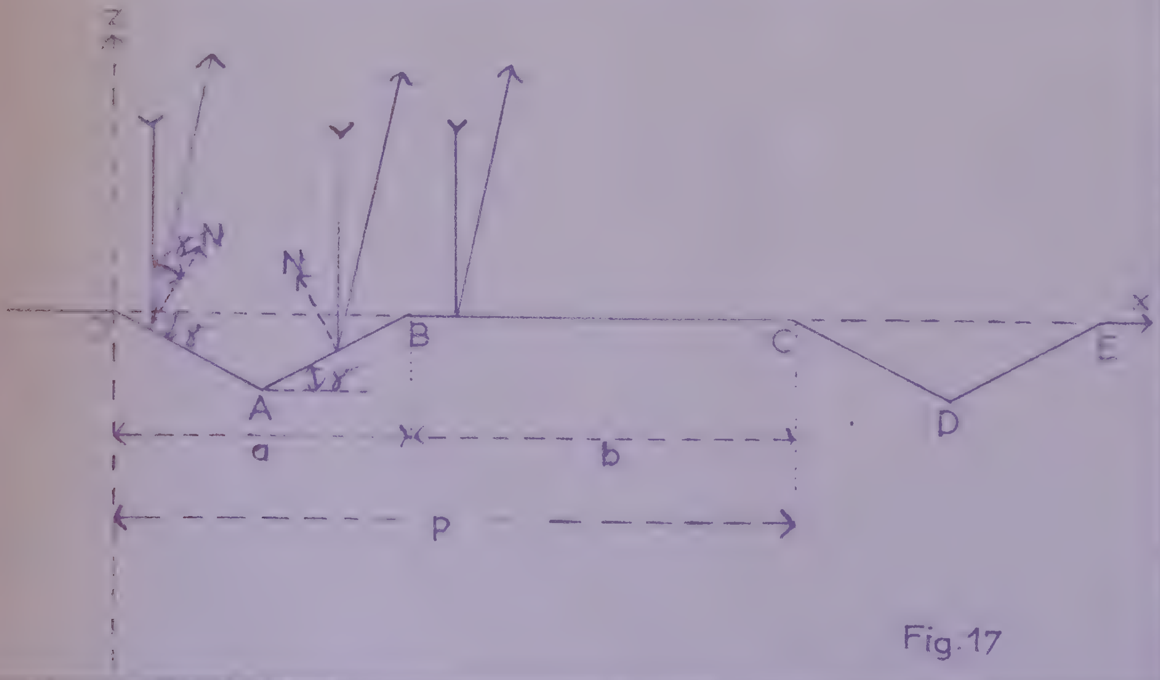

Fig. 17

la conception périodique de la règle. Un fil plat F placé dans ce plan supprime la frange centrale; l'image R' de la règle se compose donc uniquement de la lumière diffractée d'ordre n $\neq$ zéro.

REMARQUE: Dans tout ce qui va suivre, nous supposerons négligeable l'influence des pupilles des deux objectifs O_1 et O_2. Pour cela nous considèrerons leur diamètre infini.

Phénomènes optiques intéressant la surface de la règle.

Soit xOy le plan de la surface de la règle ; l'axe des x est perpendiculaire aux traits et l'axe des y leur est parallèle (Fig.16). Soit p = a + b la période de la règle ; (Fig.17) a est la largeur des sillons et b l'intervalle. En général on a $b/a \leqslant 10$.

Dans le raisonnement qui va suivre, nous considérerons que la lumière incidente est parallèle à l'axe géométrique Oz. Nous sonnes donc toujours dans le cas de l'incidence normale.

Trois phénomènes se produisent à la surface de la règle : Une réflexion métallique simple, une variation d'amplitude due à cette réflexion métallique et une diffraction.

a) Réflexion métallique.

Un rayon lumineux qui tombe sur un intervalle de deux traits (BC par exemple sur la Fig.17) peut se réflechir sur lui-même, autrement dit un intervalle peut fonctionner comme un simple miroir. Il n'y a pas de raison, surtout vers le milieu d'un intervalle, loin de l'influence des bords des traits ($b/a \leqslant 10$), pour que la réflexion sans diffraction ne se produise pas. La réflexion directe nous donne la plus grande partie de l'intensité lumineuse du spectre d'ordre zéro ; c'est l'image directe S' de la source S.

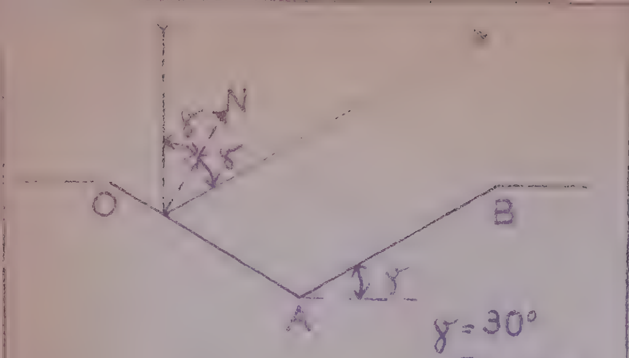

Fig 18

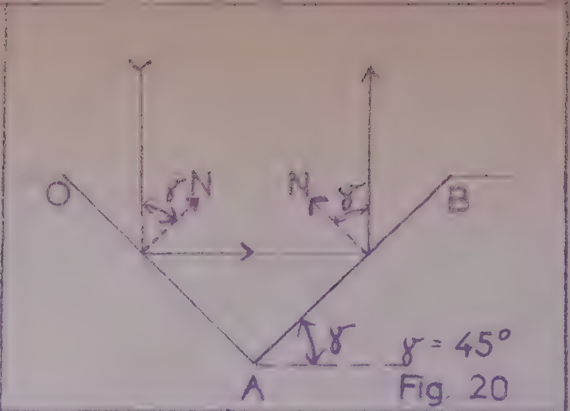

Fig. 20

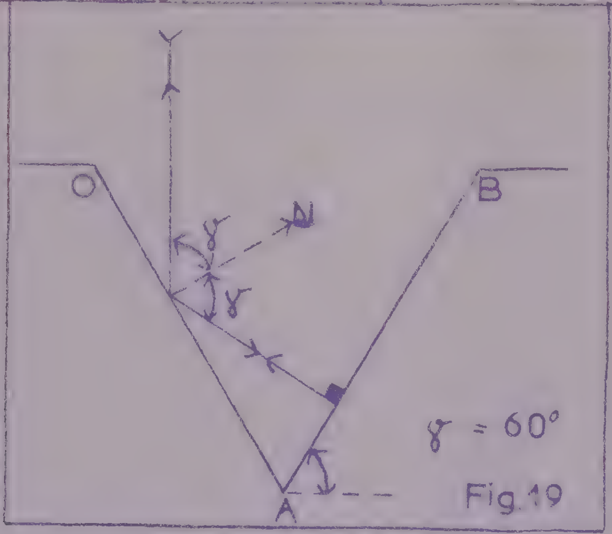

Fig. 19

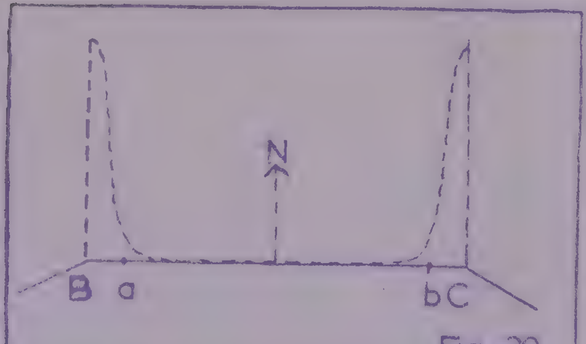

Fig. 22

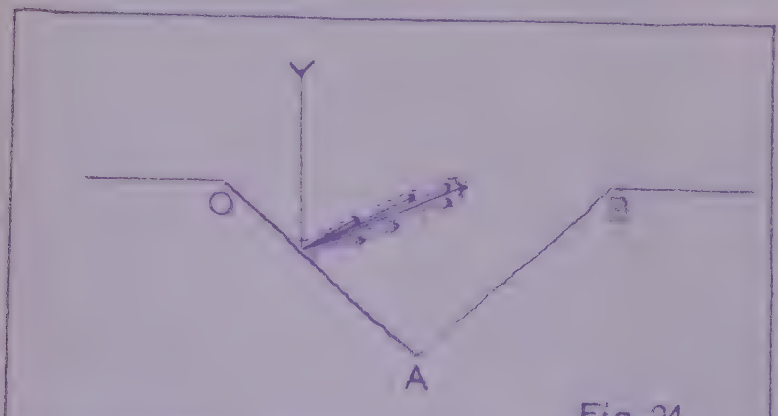

Fig. 21

Un rayon lumineux tombant sur l'une des deux faces d'un sillon, peut être de même réfléchi sans diffraction. L'angle d'incidence est égal à l'angle (γ) (angle d'obliquité de profil de l'outil à tracer utilisé). On voit que la déviation par une réflexion dépend de l'angle (γ). Suivant se valeur, nous pouvons avoir une ou plusieurs réflexions successives sur les deux faces en regard.

Cherchons d'abord la condition pour qu'il n'y ait qu'une réflexion sur l'une des deux faces du sillon. Pour cela il faut que l'inclinaison de l'une des deux faces par rapport à la lumière incidente soit telle que la lumière se réflechisse sur cette face parallèlement à l'autre face (Fig.18). On voit que l'angle limite est de $\gamma = 30°$. La déviation de la lumière est dans ce cas de $2\gamma = 60°$. Ces rayons réfléchis ne participerons pas à la formation de l'image de la règle, la déviation étant trop importante.

Citons deux cas particuliers intéressants.

Dans le cas où $\gamma = 60°$ (Fig.19) nous avons trois réflexions successives; donc deux réflexions supplémentaires, qui introduisent un retard de 2π. Les rayons sont réfléchis suivant les rayons incidents, l'angle de déviation est égal à zéro.

Dans le cas ou $\gamma = 45°$ (Fig.20) nous avons deux réflexions métalliques, sur les deux faces OA et BC, donc une réflexion supplémentaire, introduisant un retard de phase de π. Les rayons réfléchis sont parallèles aux rayons incidents, mais déplacés d'une valeur variable dépendant de x. La déviation est nulle.

REMARQUE : Les faces des sillons ne sont jamais des plans géométriques. Elles sont plus ou moins irrégulières. Ces irrégularités introduisent des différences de chemin optique supplémentaires. En plus l'angle varie (Fig.21). Suivant l'importance de ces irrégularités nous obtiendrons une courbe en cloche plus ou moins

applatie et dont la valeur maximum correspond à l'angle 2γ. Nous pouvons dire qu'il se produit une décohérence de la lumière. Dans les calculs qui vont suivre, nous considérerons toujours pour la mise en équation les faces des sillons comme faces géométriques.

b) Variation de l'amplitude due à la réflexion métallique.

Un métal, même poli optiquement, absorbe toujours une quantité plus ou moins importante de l'énergie lumineuse qu'il reçoit. Cette absorption dépend en particulier du métal, de l'état de sa surface et de l'angle d'incidence. Comme nous l'avons vu précédemment, les irrégularités de la surface introduisent des variations dans cette absorption; l'intensité lumineuse réfléchie sera donc variable mais toujours inférieure à l'intensité lumineuse reçue. Cependant pour simplifier les calculs qui vont suivre, nous supposerons que l'intensité incidente et l'intensité réfléchie sont égales et indépendant de l'angle d'incidence.

c) La diffraction

La diffraction peut se produire :

1°/ sur la face d'un intervalle (BC de la Fig.17). Mais ce phénomène ne ce produit pas uniformément sur toute la largeur d'un intervalle. La diffraction est certainement plus importante au voisinage des bords (effet des bords), que vers le milieu. On pourrait faire cette distinction en partageant l'intervalle en trois régions : (Fig.22) Ba et bC ou une diffraction se produit normalement et ab une région sans diffraction, autrement dit, la région ab fonctionne comme un simple miroir. En réalité, le phénomène est plus compliqué. Pour un angle de diffraction w donné, on pourrait tracer une courbe de probabilité somme de deux courbes en cloche, ayant leur maximum sur les bords des traits (Fig.22). La courbe de probabilité totale sera symétrique par rapport à la médiatrice de l'intervalle.

Mais une telle courbe doit être déterminée expérimentalement, étant donné que les facteurs nécessaires à sa construction sont mal connus. Ceci dépend en particulier du métal, de l'état de sa surface, de l'effet des bords, de l'effet de l'angle.... Cependant nous supposerons dans les calculs que la diffraction se produit uniformément sur toute la largeur de l'intervalle.

2°/ sur les deux côtés des sillons

Pour les calculs de la diffraction nous supposerons les faces des sillons planes. En réalité nous pourrions faire les mêmes remarques que celles, qui ont été faites à propos de la réflexion (irrégularités des faces).

Influence du Fil - Suppression de la frange centrale

Le fil plat est placé dans le plan focal de l'objectif O_1 et arrête la lumière constituant la frange centrale de diffraction de la règle. Pour éviter que ce fil introduise des phénomènes de diffraction parasites sensible, il faut le choisir assez large et le noircir. L'intensité lumineuse de la frange centrale est constituée surtout de la lumière réfléchie sur les intervalles. Si la surface utile de la règle n'est pas optiquement plane, l'image directe de la source est floue.

CALCUL DU SPECTRE DE LA REGLE.

Considérons l'une des deux périodes extrêmes de la règle, à laquelle nous attribuons l'ordre zéro. La vibration diffractée dans la direction définie par les cosinus directeurs (u;w), (ceux-ci étant comptés positivement dans le sens de la lumière réfléchie) est en notation complexe :

$$z_o = e^{i\omega t}\, g(u;w)$$

g(u;w) étant le spectre d'une période (OABC sur la Fig.17).

On sait que la vibration z_n émise par la dernière période est :

$$z_n = e^{i\omega t} g(u;w) e^{-ikunp}$$

avec :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

La vibration totale est donc donnée par :

$$Z = \sum_{n=1}^{n=N-1} z_n = \sum_{n=1}^{n=N-1} e^{i\omega t} g(u;w) e^{-ikunp}$$

Laissons de côté le facteur $e^{i\omega t}$, qui caractérise la théorie vibratoire de la lumière; l'expression du spectre sera alors :

$$G(u;w) = g(u;w) \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} e^{i(1-N)\frac{\varphi}{2}}$$

avec $\varphi = kup$

C'est l'expression classique de la figure de diffraction donnée par un réseau plan. Les maxima principaux sont donnés par

$$pu = n\lambda$$

On voit que la position de ceux-ci est indépendante de la forme des sillons; elle ne dépend que de la période de la règle et de la longueur d'onde utilisée.

G(u;w) est le produit de deux facteurs :

g(u;w) qui est le spectre d'une période,

$\dfrac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$ qui caractérise la répétition d'une période.

Spectre d'une période

Le spectre d'une période se compose de deux parties : le spectre d'un sillon $g_s(u;w)$ et le spectre d'un intervalle $g_i(u)$. D'où :

$$g(u;w) = g_s(u;w) + g_i(u)$$

Pour calculer le spectre d'un sillon, utilisons la formule de Kirchhoff(*) relative aux réseaux de constitution quelconque. Soit S une source lumineuse, rayonnant dans la direction du réseau une intensité lumineuse constante; soit S' un point quelconque dans l'espace situé du même côté que S par rapport au réseau. Soient $\vec{r}$ et $\vec{r'}$ les vecteurs qui fixent la position de S et de S' par rapport au système d'axes Oxyz (Fig.16) Considérons sur la surface du réseau un point P dont la position est donnée par le vecteur $\vec{R}$. Les chemins optiques des rayons incidents et diffractés sont donnés par :

$$\vec{s'} = \vec{R} - \vec{r'} \qquad \text{et} \qquad \vec{s''} = \vec{r''} - \vec{R}$$

L'amplitude au point S' est donnée par la formule de Kirchhoff:

$$g(s,s') = \int_S \frac{e^{ik(s'+s'')}}{s' . s''} \left[(ik - \frac{1}{s'}) \cos(\vec{n},\vec{s'}) - (ik - \frac{1}{s''}) \cos(\vec{n},\vec{s''}) \right]$$

Supposons s' et s" grands par rapport à la longueur d'onde et par rapport aux constantes du réseau :

$$s' = |r' - R| \neq r' - (u'x + v'y + w'z)$$
$$s'' = |r'' - R| \neq r'' - (u''x + v''y + w''z)$$

(u;v', w') et (u", v", w") étant les cosinus directeurs des rayons incidents et diffractés. Supposons : v' = v" = 0, le chemin optique sera donné par :

$$s' + s'' \neq r' + r'' - (ux + wz)$$

avec : $u = u' + u''$ et $w = w' + w''$.

Avec la même approximation on peut considérer 1/s's" comme une constante.

(*) Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Physik

L'amplitude au point S' est donc proportionnelle à :

$$g(u,w) = \frac{i}{\delta} \int_S e^{-ik(ux+wz)} \left[\cos(\vec{n},\vec{s'}) - \cos(\vec{n},\vec{s''})\right] ds$$

Considérons d'abord le cas le plus général comme il se présente en réalité : les sillons sont dissymétrique et leurs angles sont γ et γ'. Soient respectivement i et i' les angles d'incidence et de réfraction par rapport au système xOz. Ces angles ne peuvent pas prendre des valeurs quelconque, puisqu'il faut éliminer le cas d'un réflexion multiple à l'intérieure d'un sillon. γ et γ' étant comptés positivement, l'angle d'incidence est limité par l'inégalité :

$$\frac{\pi}{2} - 2\gamma' - \gamma \leq i \leq -\frac{\pi}{2} + 2\gamma + \gamma'$$

avec :

$$\gamma + \gamma' \leq 60°$$

Les angles des rayons diffractés correspondants sont donnés par :

$$-\frac{\pi}{2} + \gamma \leq i' \leq +\frac{\pi}{2} - \gamma'$$

Posons $\theta = i + i'$; c'est l'angle que fait le rayon diffracté avec son rayon incident. Les deux inégalités précédentes nous donnent :

$$-\pi + 3\gamma + \gamma' \leq \theta \leq \pi - 3\gamma' - \gamma$$

REMARQUE : Nous avons choisi $\gamma = 30°$ ce qui entraine que l'angle d'incidence doit être égale à zéro et l'angle de réfraction est compris entre $-60° \leq i' \leq +60°$.

Les droites qui forment les côtés d'un sillon sont définies dans le système xOz par les relations :

$$z = -mx \qquad 0 \leq x \leq x_1$$

$$z = m'(x-a) \qquad x_1 \leq x \leq a$$

avec $m = tg\,\gamma$, $m' = tg\,\gamma'$ — m et m' étant les coefficient angulaires des deux droites et

$$x_1 = \frac{m'}{m + m'}$$

Le facteur $\left[\cos(\vec{n'}\ \vec{s'}) - \cos(\vec{n}\ \vec{s''})\right]$ de l'intégrale est donné par :

$$-\frac{w + um}{\sqrt{1 + m^2}} \quad \text{pour :} \quad 0 \leqslant x \leqslant x_1$$

$$-\frac{w \mp um'}{\sqrt{1 + m'^2}} \quad \text{pour :} \quad x_1 \leqslant x \leqslant a$$

Avec ces notations l'amplitude au est proportionnelle à :

$$g_s(u;v) = -\left\{(w+um \int_0^{x_1} e^{-ik(ux-wmx)}dx + (w-um') \int_{x_1}^{a} e^{-ik\,(ux+wm')(x-a)}dx\right\}$$

$$= -\left\{(w+um)\int_0^{x_1} e^{-ik(u-wm)x}dx + (w-um')e^{ikwm'a}\int_{x_1}^{a} e^{-ik(u-wm')x}dx\right\}$$

En intégrant, on trouve :

$$g_s(u;w) = \frac{w+um}{ik(u-wm)}\left[e^{-ik(u-wm)x_1} - 1\right] + \frac{w-um'}{ik(u+wm')} \quad e^{ikwm'a} \times \left[e^{-ik(u+wm')a} - e^{-ik(u+wm')x_1}\right]$$

Pour simplifier, posons :

$$A = \frac{w + um}{u - wm}, \qquad B = \frac{w - um'}{u + wm'}$$

$$\alpha = k(u - wm)x_1 \qquad \beta = -\,k(u+wm')(a - x_1)$$

L'expression précédente s'écrit :

$$g_s(u;w) = \frac{1}{ik}\left| A(\,e^{-i\alpha} - 1) + B\,e^{-ikau}\,(1 - e^{-i\beta})\right|$$

Exprimons kau en fonction de α et de β :

$$k\,(\alpha - \beta) = k\left|\ (u-wm)x_1 + (u+wm')(a-x_1)\right)$$

En tenant compte de la valeur de x_1,
on trouve :

$$k(\alpha - \beta) = kau$$

D'où :

$$g_s(u;w) = \frac{1}{ik}\left| A(e^{-i\alpha}-1) + Be^{-i(\alpha-\beta)}(1 - e^{-i\beta})\right|$$

L'intensité est proportionnelle à :

$$I_s = \frac{4}{k^2}\left| A^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + B^2 \sin^2\frac{\beta}{2} - 2AB\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2}\right|$$

expression, qui peut s'écrire sous la forme habituelle :

$$I_s = (w+um)^2 x_1^2\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\right)^2 + (w-um')^2(a-x_1)^2\left(\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}\right)^2$$

$$+2(w+um)(w-um')x_1(a-x_1)\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\,\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}$$

Pour $\cos\frac{kua}{2} = \pm 1$ c'est-à-dire pour $u = n'\frac{\lambda}{a}$

cette équation peut être simplifiée :

$$I'_s = \left[(w+um)x_1\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \pm (w - um')(a-x_1)\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}\right]^2$$

Pour $\cos\frac{kua}{2} = 0$, c'est-à-dire pour $u = \frac{2n'+1}{2}\frac{\lambda}{a}$,

l'intensité s'écrit sous la forme d'une somme de deux carrés :

$$I''_s = \left\{(w+um)^2x_1^2\left[\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\right]^2 + (w-um'^2)(a-x_1)^2\left[\frac{\sin\frac{}{2}}{\frac{}{2}}\right]^2\right\}$$

<u>Cas particulier</u> :

Considérons un sillon symétrique; on aura $m = m'$ et $x_1 = \frac{a}{2}$.

Les formules précédentes s'écrivent :

$$I_s = \frac{a^2}{4}\left[(w+um)^2\left|\frac{\sin\frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}}\right|^2 + (w-um)^2\left|\frac{\sin\frac{\beta'}{2}}{\frac{\beta'}{2}}\right|^2 + 2(w+um)(w-um)x\right.$$

$$\left.\frac{\sin\frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}}\;\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\frac{\beta'}{2}}\right)$$

$$I'_s = \frac{a^2}{4}\left((w+um)\frac{\sin\frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}} \pm (w-um)\frac{\sin\frac{\beta'}{2}}{\frac{\beta'}{2}}\right)^2$$

$$I''_s = \frac{a^2}{4}\left[(w+um)^2\left|\frac{\sin\frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}}\right|^2 + (w-um)^2\left|\frac{\sin\frac{\beta'}{2}}{\frac{\beta'}{2}}\right|^2\right)$$

avec : $\frac{\alpha'}{2} = \frac{ka}{4}(u-wm) \qquad \frac{\beta'}{2} = \frac{-ka}{4}(u+wm)$

Discussion :

L'intensité est maximum si une des deux courbes enveloppes $1/\frac{\alpha'}{2}$ ou $1/\frac{\beta'}{2}$ est infinie. Dans ce cas,

$$\frac{\sin\frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}} \to 1 \qquad \text{pour } \frac{u}{w} = m$$

$$\frac{\sin\frac{}{2}}{\frac{}{2}} \to 1 \qquad \text{pour } \frac{-u}{w} = m$$

Symétrie :

Si $\begin{cases} u \to -u \\ w \to w \end{cases}$ on trouve $\begin{matrix} \alpha' \to \beta' \\ \beta' \to \alpha' \end{matrix}$

Ceco nous montre que la courbe I_s est symétrique par rapport à l'axe des intensités. D'autre part du fait que α' devient β' et β' devient α', les deux rapports :

$$\frac{\sin\frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}} \text{ et } \frac{\sin\frac{\beta'}{2}}{\frac{\beta'}{2}} \text{ changent de rôle.}$$

REMARQUE :

Si les sillons sont dissymétriques, le spectre le devient aussi.

La Fig.23 montre l'allure du lieux géométrique des maxima ; celui-ci est donné par l'équation I'_s (avec le signe +).

Posons : $u = \sin i + \sin i'$

$w = \cos i + \cos i'$

En tenant compte du fait que l'incidence est parallèle à l'axe des z, les deux rapports $\alpha'/2$ et $\beta'/2$ peuvent s'écrire :

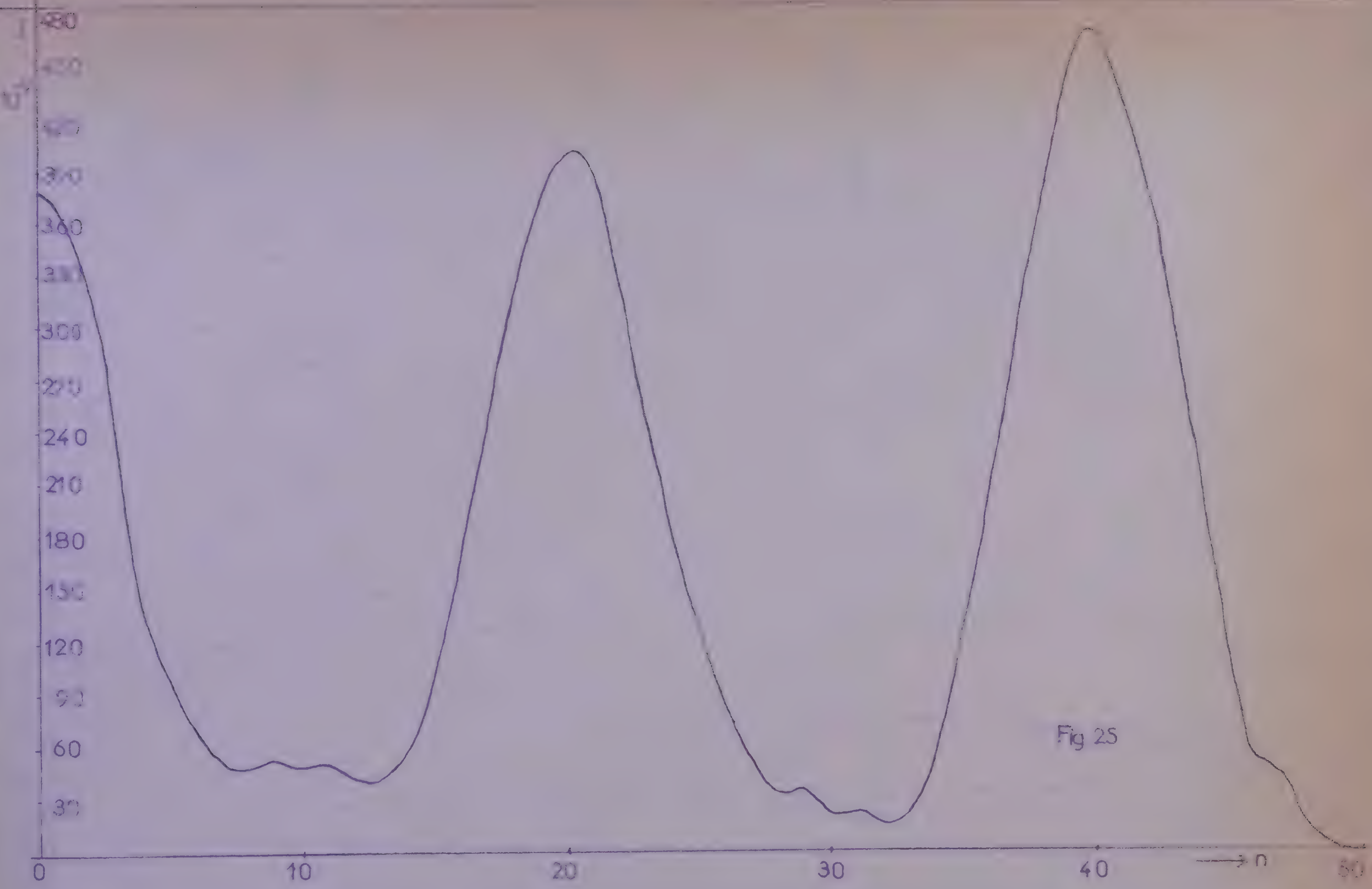

Fig 25

$$\frac{\alpha'}{2} = \frac{ka}{4}\,\frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}-\gamma\right)}{\cos} \neq \frac{ka}{4}\left(\sin\frac{\theta}{2} - m\right)$$

$$\frac{\beta'}{2} = -\frac{ka}{4}\,\frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}+\gamma\right)}{\cos\gamma} \neq -\frac{ka}{4}\left(\sin\frac{\theta}{2} + m\right)$$

L'intensité est maximum si $\frac{u}{w} = m = tg\frac{\theta}{2} = tg\gamma$

La direction de l'intensité maximum correspond à $\theta = 2\gamma$

La Fig.24 montre l'allure de la courbe $I_s = f(u;w)$ pour $0° \leqslant \theta \leqslant 60°$. La Fig.25 représente l'intensité pour $0° \leqslant \theta \leqslant 17°$
On voit que les intensités minima, données par I_s (avec le signe −) sont encadrées par des maxima secondaires très faibles.

Pour p = 0,2 mm a = 0,02 mm on trouve :

n' = 0	θ = 0°	I_s = 2,8 10^{-3}
10	= 3°24'	= 0,5 10^{-3}
20	= 6°50'	= 2,9
30	= 10°20'	= 0,17
...	....	.....
	= 60°	= 1

En négligeant cette intensité (et en le considérant comme bruit de fond variable), on peut considérer en première approximation la règle comme un créneau simple par réflexion, d'intervalle (p − a) et de période p . Le spectre d'un tel créneau est donné par la transformé de Fourier :

$$g_i\,(u) = \int_a^p e^{-ikux}\,dx = \frac{-1}{iku}\left| e^{-ikux} \right|_a^p$$

$$= \frac{-1}{iku}\left(e^{-ikup} - e^{-ikua}\right) = -(p-a)\,\frac{\sin ku\frac{p-a}{2}}{ku\,\frac{p-a}{2}}\, e^{-iku\,\frac{p+a}{2}}$$

L'intensité pour la direction $u = n\frac{\lambda}{2}$ est proportionnelle à

$$I_i = N^2(p-a)^2\left|\frac{\sin\pi\,\frac{p-a}{p}\,n}{\pi\,\frac{p-a}{p}\,n}\right|^2$$

Comparons maintenant les deux intensités I_i et I_s en respectant les différents facteurs de proportionnalité. On a :

$$n = 0 \qquad I_i/I_s = 10^{-5}$$
$$= 15 \qquad = 4\ 10^{-4}$$
$$= 25 \qquad = 7\ 10^{-3}$$

On voit que pour l'ordre 25, ce rapport est encore très petit. Du fait qu'on a choisi pour p/a un nombre entier, l'intensité I_i s'annule périodiquement pour $n = 10, 20, 30 \ldots$
L'intensité correspondante I_s est :

$$n = 10 \qquad I_s = 16\ 10^{-5}\ , \quad n = 20 \quad I_s = 2\ 10^{-3}$$

REMARQUE: On voit qu'il est préférable de choisir p/a non entier; l'intensité I_i sera toujours différente de zéro. D'autre part il est préférable de prendre p/a plus petit que 10 pour avoir une décroissance moins rapide de l'intensité I_i ; l'influence variable, mais croissante de l'intensité I_s sera moins sensible vers les bords.

Le raisonnement précédent n'est pas juste. En effet, d'après l'équation

$$g(u;w) = g_s(u;w) + g_i(u;w)$$

il faut additionner les amplitudes; l'intensité totale est donnée par :

$$g^2(u;w) = g_s^2(u;w) + g_i^2(u;w) \ \pm\ 2g_s g_i$$

L'erreur commise en additionnant les intensités partielles est de $\pm\ 2g_i g_s$. L'erreur maximum (signe +) est pour $n = 15$ de 0,001. On voit que la comparaison des intensités partielles justifie la suppression de l'intensité due au sillon.

REMARQUE : a) Une méthode graphique permet de résoudre l'équation précédente; on pourrait de même donner un facteur de correction.

b) Les calculs se simplifient considérablement pour les réseaux en dents de scie, du fait que l'intervalle est égale à zéro et la largeur du sillon est égale à la période.

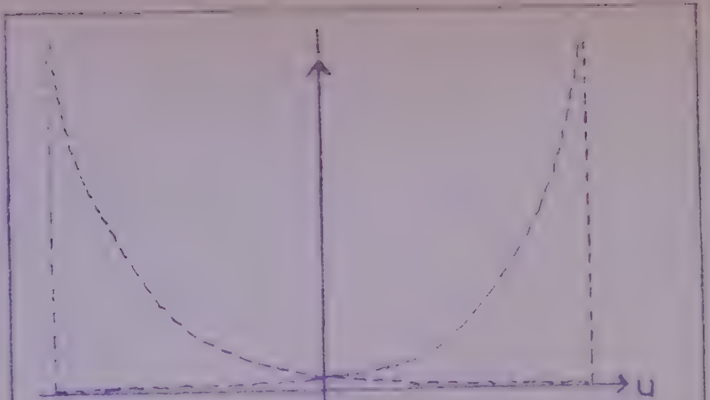

Fig 23

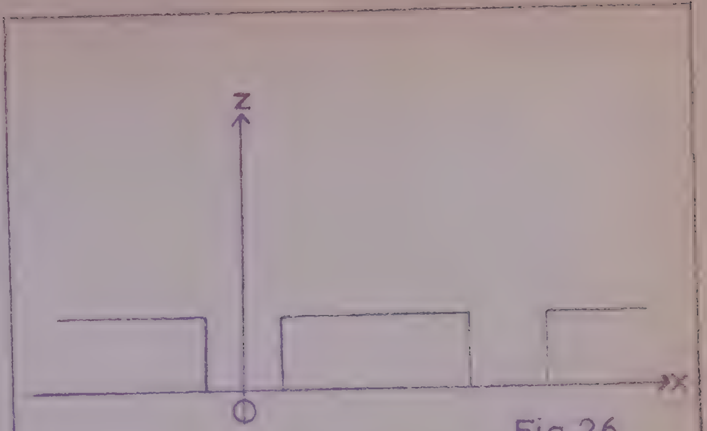

Fig.26

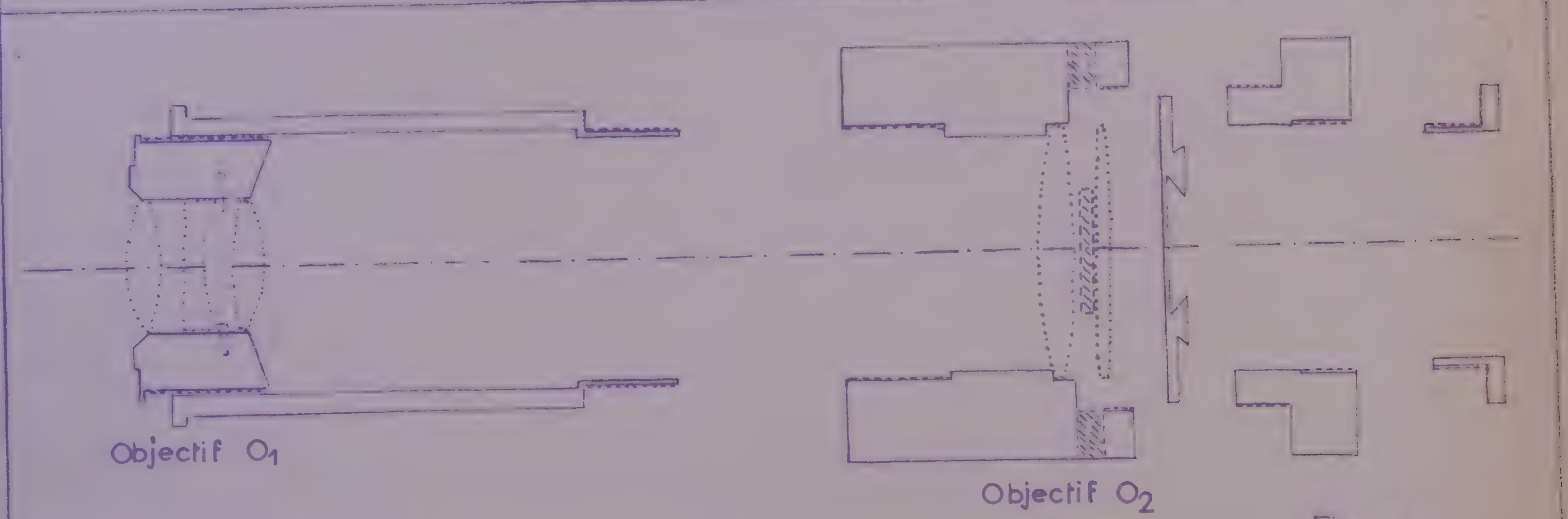

Fig. 27

En tenant compte de la simplification, nous obtenons pour le spectre l'expression :

$$g(u) = (p-a)\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ku\frac{p-a}{2}}{ku\frac{p-a}{2}} \; e^{-iku\frac{p+a}{2}}$$

C'est le spectre d'un créneau, de période p et d'intervalle b = p-a.

Faisons pour simplifier le changement de variable indiqué sur la Fig.26. Ce créneau peut être représenté par une série de Fourrier :

$$f(x) = a_o + \frac{2b}{p}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin n\pi\frac{b}{p}}{n\pi\frac{b}{p}} \cos 2n\pi\frac{x}{p}$$

En supprimant la frange centrale, l'intensité de l'image R' de la règle est proportionnelle à la série :

$$f'(x) = \sum_{n=1}^{N} \frac{2b}{p} \frac{\sin n\pi\frac{b}{p}}{n\pi b/p} \cos 2n\pi\frac{x}{p}$$

L'image est donc représentée par une série de points, qui sont définis pour les directions $u = n\lambda/p$.

Réalisation pratique.(Fig.27).

a) Source lumineuse.

La source lumineuse est une lampe spectrale de sodium Philips. Pour un réseau comme la règle, cette source peut être considérée comme un radiateur monochromatique. Il est inutile de donner les caractéristiques exactes; elle varient d'une lampe à l'autre. D'une façon générale on peut dire que le Néon constitue 3 à 3,5% environ du flux total, les deux raies jaunes 5890 A ET 5896 A constituent à peu près 90% du flux total. Ces deux raies ne sont pas séparées par la règle. En effet, on a :

$$u = \frac{n\,N\Delta\lambda}{\cos u} \quad N = \text{nombre de traits par mm}$$

Pour n = 25 ; cos u = 0,997 = 1

$f_1\Delta u = d \doteq 0{,}07$ mm

Un élargissement de raie de 0,07 mm est négligeable.

b) Objectifs

L'objectif O_1 est un Tessar Zeiss de distance focale f_1 = 105 mm et d'ouverture f/4,5. Il donne d'un point lumineux à l'infini une bonne image. L'objectif O_2 se compose de deux lentilles; la distance focale de l'ensemble des deux lentilles est environ f_2 = 96 mm. Le plan focal de O_1 est au voisinage du centre optique de l'objectif O_2. Dans ce plan et sur l'axe optique est fixé le fil plat, qui supprime la frange centrale. Dans la monture de l'objectif O_2 on a pratiqué 4 fentes, deux à deux perpendiculaires, qui reçoivent des lames en métal. Les lames permettent de limiter le champ au voisinage du plan du spectre. On peut ainsi supprimer une grande partie de la lumière parasite.

REMARQUE : -Il est préférable de conserver le spectre total transmis par l'objectif O_1, pour éviter une influence trop marquée du phénomène de Gibbs.

-Pour diminuer une partie de la lumière parasite, on pourrait limiter le champ dans le plan de la règle par une ouverture rectangulaire convenable.

Résultats :

L'image définitive se forme à une distance de 30 cm. environ de la règle, ou elle est observée à l'aide d'un oculaire. Son grandissement est égale à 2 .

Pour un angle de 45° et d'une façon générale, pour $\varphi > 30°$, l'observation en strioscopie n'a pas beaucoup de sens. L'image est sillonnée de traits brillants équidistants sur un fond peut lumineux. Ces traits correspondent aux sillons de la règle. En observant l'image à l'aide d'un microscope de faible grossissement, on constate que ces traits ne correspondent pas à la largeur totale des sillons.

En effet, en tournant légèrement la lame semi-transparente ou la source lumineuse, en passe de l'observation strioscopique en observation normale en restant toujours en lumière cohérente. On s'aperçoit alors que les raies brillantes

correspondent au milieux des sillons. Celles-ci sont encadrées de raies très sombres qui correspondent aux bords des sillons.

En prenant comme repère le milieu des traits brillants, on constate que le maximum de la précision de pointé peut être évalué à 1/5 de la largeur du sillon. La largeur d'un sillon étant de 45μ , cette précision sera donc de 9μ . On s'aperçoit que ces pointés ne sont guère plus précis que dans une observation normale.

Il en est autrement si l'angle γ des sillons est strictement inférieure à 30° . Mais là aussi il faut se contenter d'un compromis entre les grandeurs γ, p et p/a. Si $\gamma = 30°$, l'intensité lumineuse diffractée par les sillons est minimum au voisinage de l'axe des z . Si γ décroît à partir de cette valeur, l'intensité augmente et l'influence variable mais croissante de celle-ci sera génante surtout vers les hautes fréquences du spectre. Il est donc indiqué de prendre $20° \leq \gamma < 30°$ ou pour un sillon dissymétrique $40° \leq \gamma + \gamma' < 60°$. Ces inégalités sont valables pour n'importe quelle règle ou réseau; Il n'en sera pas de même pour les grandeurs p et p/a . En effet l'objectif O_2 est diaphragmé par une ouverture rectangulaire (c'est une fente large perpendiculaire aux raies du spectre. Ce diaphragme est nécessaire: il supprime la lumière parasite et diminue les aberrations de l'objectif. Sachant que cet objectif doit transmettre la presque totalité du spectre pour éviter le phénomène de Gibbs, ce sont donc les deux objectifs O_1 et O_2 qui déterminent les constantes p et p/a de la règle. Les objectifs que j'ai utilisés permettent de prendre $0{,}1 \leq p < 0{,}3$ mm avec p/a environ 4.

<u>Conclusion générale</u> :

L'intérêt du présent travail a été d'abord de chercher la matière première et la forme la plus favorable de l'outil destiné à tracer les traits d'un réseau. Il a permis de définir dans une certaine mesure en particulier l'angle de profil qui donne les meilleurs résultats du point de vue optique. Ce travail sera à la base de recherches ultérieures qui sont entreprises dans notre Laboratoire de Physique.